Ces notes sont dédiées à tous ceux qui ne sont pas esclaves de l'actuel « je clique donc je suis »[1]

La géométrie différentielle et la topologie jouent un rôle très important dans la physique moderne. Il existe un certain nombre d'ouvrages mathématiques introduisant et développant la géométrie différentielle de manière rigoureuse, la plupart utilisant la notion d'espace fibré. Les présentes notes n'ont ni cette prétention ni cet objectif. Elles sont destinées aux ingénieurs et aux physiciens, et essaient de rester les plus concrètes possible afin de pouvoir appliquer directement les techniques présentées, soit analytiquement, soit numériquement. Dans cet esprit, nous sommes restés très « calculatoire » tout en essayant de garder le sens géométrique. C'est un choix délibéré. Ceci amène, la plupart du temps, à travailler avec des systèmes de coordonnées, des vecteurs et des tenseurs, ce que certains déploreront. Il en résulte une lourdeur certaine, mais a l'avantage d'être directement applicable à des situations concrètes. L'inconvénient est que les descriptions restent souvent locales et non globales. La référence [Schuller] offre une présentation plus mathématique et donc une vue beaucoup plus profonde tout en restant accessible. Certains ouvrages de physique introduisent les éléments de géométrie différentielle nécessaires à leur compréhension, ici, nous avons essayé de présenter un panorama plus vaste en rassemblant des éléments souvent dispersés. Les connaissances préliminaires sont celles d'un premier cycle universitaire, c'est à dire : calcul différentiel et intégral, fonctions de plusieurs variables, base de l'algèbre linéaire. Pour conserver un esprit pratique, nous avons sacrifié la rigueur et supposerons, entre autre, toujours implicitement, que les fonctions utilisées sont suffisamment dérivables, et bien définies, pour satisfaire les conditions.
Nous avons fait un très large usage de la méthode du « repère mobile » de Cartan, qui, en plus de son caractère très géométrique, se révèle très puissante. Dans le même esprit, cela sera étendu aux théories de jauge pour les champs classiques. Certains sujets n'ont été qu'effleurés, d'autres, comme les aspects topologiques, à peine mentionnés, ce qui constitue une grosse lacune, mais aurait entraîné trop loin. Les sujets exposés reflètent des choix personnels, certains paraîtront trop détaillés, certains pas assez. Dans ce dernier cas il faut considérer la présentation comme un « marchepied » vers d'autres lectures.
Restant fidèle au principe de moindre action, la bibliographie est réduite au strict minimum et seulement indicative en ce qui concerne les ouvrages généraux, en aucun cas elle reflète l'ensemble des références disponibles. Les choix faits ont un haut degré d'arbitraire. Malgré la note préliminaire, nombre de sujets sont accessibles par Internet.
Quelques exercices sont proposés. Certains sont des prolongements de ces notes, d'autres des entraînements. Ils sont toujours résolus, et les solutions sont en fin de chapitre. Quatre exemples plus élaborés ont été réunis dans le chapitre 23, qui nécessitent les notions développées dans plusieurs chapitres. Les chapitres 20 et 21 introduisent la géométrie des espaces hyperboliques, mais la plupart des notions sont transposables aux espaces sphériques sans difficulté.

[1] Les formules ont été tapées avec le logiciel MathType.